

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский
государственный университет им. Н.И. Лобачевского»**

Институт информационных технологий, математики и механики

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИИТММ
Золотых Н.Ю.
«___»_____2022 г.

**Программа вступительного испытания в аспирантуру
по специальной дисциплине**

Научная специальность:
1.1.5. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА, АЛГЕБРА, ТЕОРИЯ
ЧИСЕЛ И ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

(шифр и наименование научной специальности)

Нижний Новгород
2022 год

1. Структура вступительного испытания

Вступительное испытание по специальной дисциплине состоит из двух частей: экзамена по специальной дисциплине (оценивается по 10-балльной шкале) и собеседования по тематике предполагаемого диссертационного исследования (оценивается по 10-балльной шкале).

Программа вступительного испытания сформирована на основе ФГОС ВО магистратуры и/или специалитета по соответствующим направлениям/специальностям.

2. Процедура проведения вступительного испытания

Экзамен по специальной дисциплине принимается устно по билетам. Каждый билет содержит 2 вопроса.

Собеседование по тематике предполагаемого диссертационного исследования проводится на основе подготовленного поступающим реферата.

3. Содержание вступительного испытания

3.1. Содержание экзамена по специальной дисциплине

Вопросы к экзамену:

1. Элементы логического языка первого порядка. Модели формул логического языка первого порядка. Логический вывод.
2. Канонические формы предложений в логике первого порядка. Приложения логического языка первого порядка к моделированию математических теорий.
3. Модели вычислений (машины Тьюринга, лямбда-исчисление).
4. Сводимость и классификация задач по сложности. Классы P и NP. NP-полные задачи. Теорема Кука. Примеры сведения.
5. Группы, подгруппы, факторгруппы, гомоморфизмы.
6. Действие группы на множестве. Примеры. Орбиты, стабилизаторы. Формула длины орбиты.
7. Теоремы Силова.
8. Коммутант группы. Разрешимые группы. Простые группы. Разрешимость p-групп.
9. Свободные абелевы группы. Подгруппы свободной абелевой группы конечного ранга. Строение конечно порожденных абелевых групп.
10. Свободная группа. Задание группы образующими и определяющими соотношениями.
11. Элементы теории представлений конечных групп: полная приводимость представлений.
12. Лемма Шура. Характеры представлений и их свойства. Неприводимые представления групп подстановок 3, 4 степени.
13. Кольца, идеалы. Факторкольцо. Поле. Характеристика поля. Примеры.
14. Кольцо многочленов над полем. Корни многочленов. Кратность корня. Неприводимые многочлены. Факториальность евклидовых колец. Факториальность кольца многочленов над полем.
15. Лемма Гаусса. Факториальность кольца многочленов над факториальным кольцом. Критерий неприводимости Эйзенштейна.
16. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Теорема Штурма.
17. Присоединение корня многочлена. Поле разложения многочлена. Алгебраические и трансцендентные расширения.
18. Конечные поля.
19. Линейные операторы и их матрицы. Собственные векторы и собственные значения. Характеристический многочлен оператора.

20. Билинейные и полуторалинейные формы. Квадратичные и эрмитовы формы. Канонический вид квадратичных (эрмитовых) форм. Положительно определенные квадратичные формы.
21. Операторы в евклидовом (эрмитовом) пространстве. Самосопряженные операторы. Ортогональные и унитарные операторы.
22. Квадрики в аффинном и евклидовом пространстве.
23. Тензорная алгебра. Алгебра Грассмана.
24. Сравнения по $\text{mod } m$. Функция Эйлера. Теорема Эйлера. Решение сравнений 1-й степени. Системы сравнений. Китайская теорема об остатках.
25. Функция Мебиуса. Формула обращения Мебиуса.
26. Цепные дроби. Алгоритм Евклида и разложение рационального числа в цепную дробь. Разложение вещественного числа в цепную дробь.
27. Подходящие дроби и их свойства. Приближения рациональными числами.
28. Линейное программирование. Симплексная таблица. Прямой симплекс-метод. Строчечная и столбцовая формы записи. Нахождение начального опорного вектора.
29. Двойственность в линейном программировании. Формулировки прямой и двойственной задач. Теорема двойственности. Условия дополняющей нежесткости. Лемма Фаркаша и ее варианты. Замечание о сложности задачи линейного программирования. Двойственный симплекс-метод.
30. Классическая транспортная задача. Вполне унимодулярные матрицы. Целочисленность опорных векторов транспортной задачи. Способы получения исходного опорного вектора (метод северо-западного угла, метод минимального элемента). Задача о назначениях.
31. Примеры задач дискретной оптимизации (о коммивояжере, о назначениях, о рюкзаке, экстремальные задачи на графах и булевых функциях). Их сведение к задачам целочисленного линейного программирования
32. Динамическое программирование. Принцип Беллмана.
33. Задача математического программирования. Функция Лагранжа. Задача выпуклого программирования. Теорема Куна–Таккера.
34. Минимизация функций одной переменной. Метод золотого сечения и метод Фибоначчи
35. Задачи безусловной оптимизации. Метод градиентного спуска и его варианты. Метод сопряженных градиентов. Метод Ньютона. Квазиньютоновские методы.
36. Типы графов. Способы задания. Операции над графами. Подграфы. Изоморфизм. Метрические характеристики графов. Деревья. Элементарные свойства деревьев.
37. Планарные графы. Формула Эйлера. Критерий планарности.
38. Циклы. Эйлеровы циклы. Гамильтоновы циклы.
39. Перестановки, сочетания, упорядоченные разбиения множеств, разбиения на подмножества с заданной мощностной структурой, подстановки с заданной цикловой структурой, тождество Коши.
40. Производящие функции. Экспоненциальные производящие функции.
41. Числа Каталана. Числа Белла. Числа Стирлинга 2-го рода, их связь с числами Белла. Числа Стирлинга 1-го рода.
42. Линейные рекуррентные уравнения.
43. Генерирование комбинаторных объектов (перестановок, сочетаний, подмножеств и пр.).
44. Поиск в глубину в графе. Поиск в ширину в графе. Исчерпывающий поиск в деревьях решений.
45. Проблема распознавания взаимной однозначности кодирования. Алфавитное кодирование. Префиксные коды. Неравенство Макмиллана. Алгоритмы Хаффмана, Фано, Шеннона.

46. Понятие энтропии и ее связь со стоимостью оптимального алфавитного кодирования. Блочное кодирование.
47. Помехоустойчивое кодирование. Построение и декодирование кода Хэмминга.

3.2. Требования к реферату по специальной дисциплине

Реферат по специальной дисциплине должен показать исследовательский потенциал абитуриента, его подготовленность к выполнению научно-исследовательской программы аспирантуры.

Объем реферата не должен превышать 10 страниц машинописного текста через 1,5 интервала, шрифт Times New Roman, номер 14; размеры полей: верхнее и нижнее – 2 см, левое – 3 см, правое – 1,0 см, выравнивание по ширине.

Реферат должен содержать краткий обзор литературы (состояние вопроса) по предмету исследования, формулировку и обоснование проблемы: ее актуальность, фундаментальные и прикладные аспекты, степень разработанности.

В текст реферата могут быть включены схемы, таблицы, рисунки, приложения.

Структура реферата:

- титульный лист (см. Приложение);
- введение (актуальность, цель, задачи, методы исследования);
- проблемы исследования, ожидаемые результаты;
- заключение (выводы);
- список литературы;
- список опубликованных и направленных в печать статей, и материалов (при наличии).

В реферате автор должен показать знание текущего состояния исследований в выбранной научной области, умение анализировать литературные источники, делать выводы о перспективах предполагаемого исследования.

Реферат представляется в экзаменационную комиссию в сроки и по адресам, указанным в расписании вступительных испытаний, опубликованном на сайте <http://priem-phd.unn.ru/>.

4 Описание шкал оценивания

Экзамен по специальной дисциплине оценивается по 10-балльной шкале.

Собеседование по тематике предполагаемого диссертационного исследования на основе подготовленного поступающим реферата оценивается по 10-балльной шкале.

Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение каждой части вступительного испытания, устанавливается равным 6 баллам. Результирующая оценка за вступительное испытание по специальной дисциплине складывается из оценки за экзамен по специальной дисциплине и оценки за собеседование по тематике предполагаемого диссертационного исследования на основе подготовленного поступающим реферата.

Шкала оценивания экзамена по специальной дисциплине

Оценка, баллы	Уровень подготовленности, характеризуемый оценкой
1	Нет ответа.
2	Нет понимания предмета.
3	Отсутствие правильной формулировки ответа на вопрос даже с помощью преподавателя.
4	Ответ с 3-мя и более грубыми ошибками, много неточностей, знания

	несистематические. Отсутствие правильной формулировки ответа на вопрос.
5	Ответ с 2-мя грубыми ошибками, много неточностей, знания несистематические. Отсутствие правильной формулировки ответа на вопрос даже с помощью преподавателя.
6	В целом положительный ответ с 3-4 незначительными ошибками. Умение с помощью преподавателя схематично, но правильно сформулировать ответ на поставленный вопрос.
7	В целом хороший ответ с несколькими незначительными ошибками, умение сопоставить теоретические знания. Умение правильно сформулировать ответ на поставленный вопрос. Владение информацией как минимум из одного источника основной литературы.
8	В целом полный ответ, демонстрирующий уверенные знания, с некоторыми неточностями, умение сопоставить теоретические знания. Свободное владение информацией из нескольких источников основной литературы.
9	Полный развернутый ответ, демонстрирующий системные знания, умение сопоставить теоретические знания, свободное владение информацией из нескольких источников основной и дополнительной литературы.
10	Полный развернутый ответ, демонстрирующий системные знания, умение сопоставить теоретические знания, свободное владение информацией из нескольких источников основной и дополнительной литературы. Иллюстрация ответа дополнительными примерами из собственных наблюдений и дополнительных источников информации.

Шкала оценивания собеседования на основе реферата

Оценка, баллы	Уровень подготовленности, характеризуемый оценкой
1	Содержание не соответствует теме реферата, материал не систематизирован и не структурирован, основные понятия проблемы не раскрыты; в постановке проблемы нет самостоятельности; в формулировании нового аспекта выбранной для анализа проблемы не продемонстрировано умение обобщать, сопоставлять различные точки зрения по рассматриваемому вопросу, аргументировать основные положения и выводы; неправильно оформлены ссылки на литературу; отсутствует культура изложения и оформления текста реферата
2	Содержание не соответствует теме реферата, материал плохо систематизирован и структурирован, основные понятия проблемы не раскрыты; в постановке проблемы нет самостоятельности; в формулировании нового аспекта выбранной для анализа проблемы не продемонстрировано умение обобщать, сопоставлять различные точки зрения по рассматриваемому вопросу, аргументировать основные положения и выводы; неправильно оформлены ссылки на литературу; отсутствует культура изложения и оформления текста реферата
3	Содержание не соответствует теме реферата, материал систематизирован и структурирован с недочетами, основные понятия проблемы раскрыты не полностью; в постановке проблемы отсутствует самостоятельность; правильно оформлены ссылки на литературу; отсутствует культура изложения и оформления текста реферата
4	Содержание соответствует теме реферата, но основные понятия проблемы не раскрыты; в формулировании нового аспекта выбранной для анализа проблемы не продемонстрировано умение обобщать, нет ссылок на литературу; отсутствует культура изложения и оформления текста реферата
5	Содержание соответствует теме реферата, но основные понятия проблемы не раскрыты; в формулировании нового аспекта выбранной для анализа проблемы не

	продемонстрировано умение обобщать, небрежно оформлены ссылки на литературу; отсутствует культура изложения и оформления текста реферата
6	Содержание соответствует теме реферата, материал систематизирован и структурирован, основные понятия проблемы раскрыты; правильно оформлены ссылки на литературу; отсутствует культура изложения и оформления текста реферата
7	Содержание соответствует теме реферата, материал систематизирован и структурирован, основные понятия проблемы раскрыты; правильно оформлены ссылки на литературу; продемонстрирована культура изложения и оформления текста реферата
8	Содержание соответствует теме реферата, материал систематизирован и структурирован, основные понятия проблемы раскрыты; в постановке проблемы присутствует новизна; правильно оформлены ссылки на литературу; продемонстрирована культура изложения и оформления текста реферата
9	Содержание соответствует теме реферата, материал систематизирован и структурирован, основные понятия проблемы раскрыты полностью и глубоко; в постановке проблемы присутствует новизна; в формулировании нового аспекта выбранной для анализа проблемы продемонстрировано умение обобщать, аргументировать основные положения и выводы; правильно оформлены ссылки на литературу; продемонстрирована культура изложения и оформления текста реферата
10	Содержание соответствует теме реферата, материал систематизирован и структурирован, основные понятия проблемы раскрыты полностью и глубоко; в постановке проблемы присутствует новизна и самостоятельность; в формулировании нового аспекта выбранной для анализа проблемы продемонстрировано умение обобщать, сопоставлять различные точки зрения по рассматриваемому вопросу, аргументировать основные положения и выводы; правильно оформлены ссылки на литературу; продемонстрирована культура изложения и оформления текста реферата

3. Источники для подготовки к экзамену

а) основная литература:

1. Верецагин Н.К., Шень А. *Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Ч.1. Начала теории множеств.* – М.: МЦНМО, 1999. (1 экз.)
2. Верецагин Н.К., Шень А. *Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Ч.2. Языки и исчисления.* – М.: МЦНМО, 2000. (1 экз.)
3. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. *Математическая логика.* – М.: Наука, 1979. (5 экз.)
4. Мендельсон Э. *Введение в математическую логику.* – М.: Наука, 1971. (2 экз.)
5. Таланов В.А. *Математическая логика и модели вычислений.* – Н.Новгород: изд-во ННГУ., 1994. (2 экз.)
6. Гэри М., Джонсон Д. *Вычислительные машины и труднорешаемые задачи.* М.: Мир, 1982.
7. Кострикин А.И. *Введение в алгебру: Ч. 1 – 3.* – М.: МЦНМО, 2009.
8. Винберг Э.Б. *Курс алгебры.* – М.: МЦНМО, 2019.
9. Виноградов И.М. *Основы теории чисел.* - М.: Наука, 1972.
10. Бухштаб А.А. *Теория чисел.* – М.: Просвещение, 1966.
11. Яблонский С.В. *Введение в дискретную математику.* - М.: Наука, 1981.
12. Схрейвер А. *Теория линейного и целочисленного программирования.* - М.: Мир, 1991.
13. Шевченко В.Н., Золотых Н.Ю. *Линейное и целочисленное линейное программирование.* - Нижний Новгород, изд-во ННГУ, 2005.
14. Зыков А.А. *Основы теории графов.* - М.: Наука, 1987.

15. Харари Ф. Теория графов. - М.: Мир, 1973.
16. Берж К. Теория графов и ее приложения. - М.: ИЛ, 1962.
17. Липский В. Комбинаторика для программистов. - М.: Мир, 1988.
18. Марков А.А. Введение в теорию кодирования.- М.: Наука, 1982.
19. Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. –М.: Мир, 1976.

б) дополнительная литература:

20. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. – М.: Наука, 1965. (3 экз.)
21. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М.: Наука, 1975.
22. Ленг С. Алгебра. – М.: Мир, 1968.
23. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. М.: МНЦМО, 1999.

в) интернет - ресурсы:

Электронные библиотечные системы «Лань» (<http://e.lanbook.com/>), «Юрайт» (<https://urait.ru/>), EqWorld (<http://eqworld.ipmnet.ru/index.html>)

Составители:

_____/Кузнецов М.И./

_____/Золотых Н.Ю./

Программа одобрена на заседании методической комиссии Института информационных технологий, математики и механики (22.12.21, протокол № 3).

Председатель методической комиссии _____/ Грезина А.В./

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский
государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

Институт информационных технологий, математики и механики

Реферат по специальной дисциплине

(шифр и наименование научной специальности)

Тема: _____

Выполнил:

_____ Ф.И.О.

Нижний Новгород

202____